

- Per ricercare gli eventuali asintoti verticali dobbiamo calcolare i limiti della funzione agli estremi finiti degli intervalli che costituiscono il dominio. In questo caso, quindi, dobbiamo calcolare i limiti per  $x \rightarrow 1$  e per  $x \rightarrow -1$ .

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$$

e

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \frac{-3}{0^-} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$$

quindi  $x = 1$  e  $x = -1$  sono asintoti verticali.

- Per ricercare eventuali asintoti orizzontali dobbiamo calcolare i limiti della funzione per  $x \rightarrow \pm\infty$ .

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

quindi  $y = 1$  è un asintoto orizzontale.

- Poiché c'è un asintoto orizzontale per  $x \rightarrow \pm\infty$ , non ci sono asintoti obliqui.

La figura 23f mostra le nuove informazioni raccolte. □

## 2.6 ESERCIZI

# Chi non risolve esercizi non impara la matematica.

**1** Deduci dal grafico 24a il valore dei seguenti limiti:

a.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

e.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

g.  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

b.  $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$

d.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

f.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

h.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

**2** Deduci dal grafico 24b il valore dei seguenti limiti:

a.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c.  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$

e.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

g.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b.  $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$

d.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

f.  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

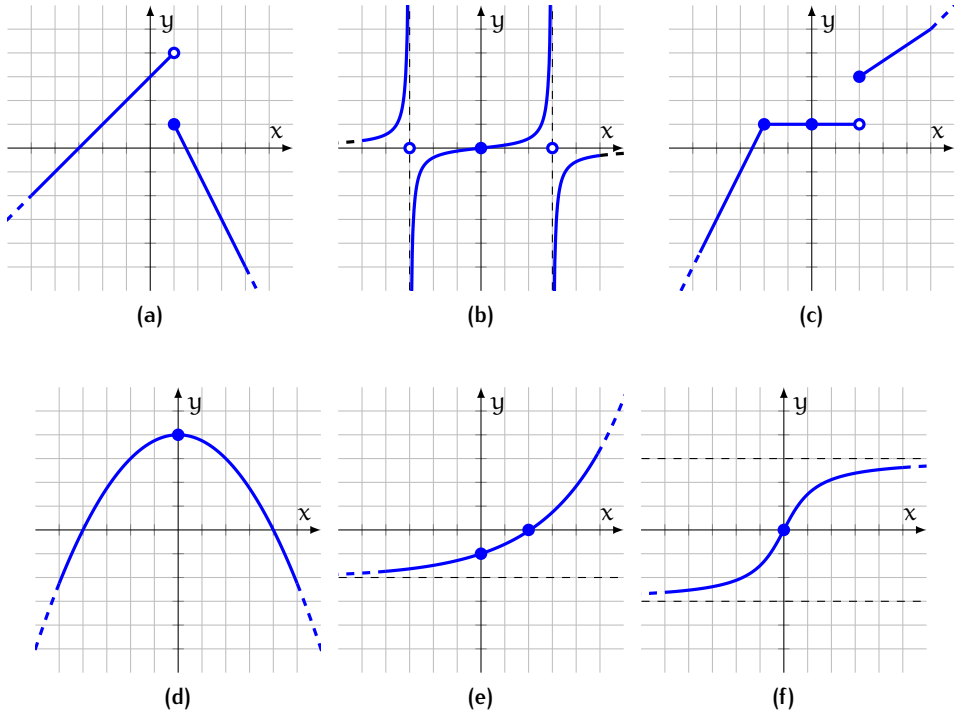


Figura 24: Approssio grafico al concetto di limite

3 Deduci dal grafico 24c il valore dei seguenti limiti:

a.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c.  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

e.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

g.  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$

b.  $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$

d.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

f.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

h.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

4 Deduci dal grafico 24d il valore dei seguenti limiti:

a.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

c.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

d.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

5 Deduci dal grafico 24e il valore dei seguenti limiti:

a.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

c.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

d.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

6 Deduci dal grafico 24f il valore dei seguenti limiti:

a.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

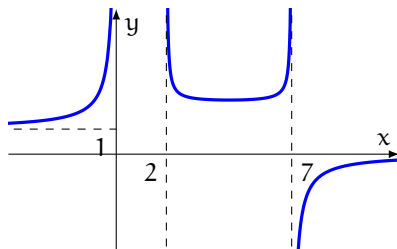
b.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

c.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

d.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

**7** Dal grafico della funzione  $y = f(x)$  rappresentata nella figura seguente deduci, se esistono, i limiti:

- |  |                                    |
|--|------------------------------------|
| a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ | e. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ |
| b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ | f. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ |
| c. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$     | g. $\lim_{x \rightarrow 7^+} f(x)$ |
| d. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$     | h. $\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x)$ |



**8** Indica la risposta corretta.

- |  |                              |                              |                                      |                                      |
|--|------------------------------|------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a. Quanto vale $\lim_{x \rightarrow 2} x^3$ ?                              | <input type="checkbox"/> A 0 | <input type="checkbox"/> B 1 | <input type="checkbox"/> C $-\infty$ | <input type="checkbox"/> D $+\infty$ |
| b. Quanto vale $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3$ ?                        | <input type="checkbox"/> A 0 | <input type="checkbox"/> B 1 | <input type="checkbox"/> C $-\infty$ | <input type="checkbox"/> D $+\infty$ |
| c. Quanto vale $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3$ ?                        | <input type="checkbox"/> A 0 | <input type="checkbox"/> B 1 | <input type="checkbox"/> C $-\infty$ | <input type="checkbox"/> D $+\infty$ |
| d. Quanto vale $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4$ ?                        | <input type="checkbox"/> A 0 | <input type="checkbox"/> B 1 | <input type="checkbox"/> C $-\infty$ | <input type="checkbox"/> D $+\infty$ |
| e. Quanto vale $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4$ ?                        | <input type="checkbox"/> A 0 | <input type="checkbox"/> B 1 | <input type="checkbox"/> C $-\infty$ | <input type="checkbox"/> D $+\infty$ |
| f. Quanto vale $\lim_{x \rightarrow +\infty} 10^x$ ?                       | <input type="checkbox"/> A 0 | <input type="checkbox"/> B 1 | <input type="checkbox"/> C $-\infty$ | <input type="checkbox"/> D $+\infty$ |
| g. Quanto vale $\lim_{x \rightarrow +\infty} 10^{-x}$ ?                    | <input type="checkbox"/> A 0 | <input type="checkbox"/> B 2 | <input type="checkbox"/> C $-\infty$ | <input type="checkbox"/> D $+\infty$ |
| h. Quanto vale $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ? | <input type="checkbox"/> A 0 | <input type="checkbox"/> B 1 | <input type="checkbox"/> C $-\infty$ | <input type="checkbox"/> D $+\infty$ |
| i. Quanto vale $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ? | <input type="checkbox"/> A 0 | <input type="checkbox"/> B 1 | <input type="checkbox"/> C $-\infty$ | <input type="checkbox"/> D $+\infty$ |
| j. Quanto vale $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_5 x$ ?                       | <input type="checkbox"/> A 0 | <input type="checkbox"/> B 1 | <input type="checkbox"/> C $-\infty$ | <input type="checkbox"/> D $+\infty$ |
| k. Quanto vale $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_{\frac{1}{5}} x$ ?           | <input type="checkbox"/> A 0 | <input type="checkbox"/> B 1 | <input type="checkbox"/> C $-\infty$ | <input type="checkbox"/> D $+\infty$ |
| l. Quanto vale $\lim_{x \rightarrow 25} \log_5 x$ ?                        | <input type="checkbox"/> A 0 | <input type="checkbox"/> B 2 | <input type="checkbox"/> C $-\infty$ | <input type="checkbox"/> D $+\infty$ |
- [Due risposte A, due B, due C e sei D]

Calcola i seguenti limiti che non presentano forme di indecisione.

- |   |               |   |                            |
|---|---------------|---|----------------------------|
| <b>9</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{x^2}$                                       | [ $+\infty$ ] | <b>13</b> $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{5}{x-5}$                                    | [ $-\infty$ ]              |
| <b>10</b> $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + x^3)$                                  | [ $+\infty$ ] | <b>14</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 1}{x^3 + 1}$                           | $\left[\frac{1}{2}\right]$ |
| <b>11</b> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)$               | [ $+\infty$ ] | <b>15</b> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2 + 2}\right)$ | [0]                        |
| <b>12</b> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$ | [3]           | <b>16</b> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x}{x}$                                | [0]                        |

Calcola i seguenti limiti che si presentano sotto forme di indecisione  $\infty/\infty$ .

- |    |   |               |    |  |                             |
|----|---|---------------|----|--|-----------------------------|
| 17 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$                | [ $+\infty$ ] | 25 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 6x + 5}{x^2 + 4}$      | [ $+\infty$ ]               |
| 18 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 1}{x^2 + x}$             | [2]           | 26 | $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^2 - x + 1}{4x^2 - x - 1}$ | $\left[\frac{3}{2}\right]$  |
| 19 | $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - x^2}{2x + 1}$               | [ $+\infty$ ] | 27 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 16}{5x^3 + 1}$         | [0]                         |
| 20 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^3}{2x^4 + 1}$             | [0]           | 28 | $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 6x + 5}{x + 4}$        | [ $+\infty$ ]               |
| 21 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^2}{x}$                    | [ $-\infty$ ] | 29 | $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 6x + 5}{x^5 + 4}$      | [0]                         |
| 22 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 3x + 2}$     | [1]           | 30 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 10x^2}{4x^2 - 1}$        | $\left[-\frac{5}{2}\right]$ |
| 23 | $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 6x + 5}{x + 4}$           | [ $-\infty$ ] | 31 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x + 1)^2}{x + 4}$           | [ $+\infty$ ]               |
| 24 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10x^4 - x^3 + 1}{5x^4 - x - 1}$ | [2]           |    |  |                             |

Calcola i seguenti limiti che si presentano sotto forme di indecisione  $0/0$ .

- |    |   |                            |    |   |                            |
|----|---|----------------------------|----|---|----------------------------|
| 32 | $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}$          | [2]                        | 44 | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^2 - 2x}$                  | [16]                       |
| 33 | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - x^3}{x - 2}$             | [ $-8$ ]                   | 45 | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 2x^3 + x^4}{4x^2 - x^4 - x^6}$ | $\left[\frac{3}{4}\right]$ |
| 34 | $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 4x}{x^2 + 4x + 4}$    | [ $\infty$ ]               | 46 | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 10x^5}{4x + x^2 + 5x^3}$        | [0]                        |
| 35 | $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{9 - x^2}{x^2 + 3x}$          | [ $-2$ ]                   | 47 | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^4 - 1}$                    | $\left[\frac{3}{4}\right]$ |
| 36 | $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 8x + 16}$     | [ $\infty$ ]               | 48 | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 + 3x + 1}$             | [2]                        |
| 37 | $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 81}{x - 9}$             | [18]                       | 49 | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$               | $\left[\frac{2}{3}\right]$ |
| 38 | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$       | [4]                        | 50 | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + x - 2}{2x^2 + x - 1}$         | $\left[\frac{5}{3}\right]$ |
| 39 | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$       | $\left[\frac{3}{2}\right]$ | 51 | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}$          | [ $-1$ ]                   |
| 40 | $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 2x - 3}$   | $\left[\frac{5}{4}\right]$ | 52 | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6}$           | $\left[\frac{1}{5}\right]$ |
| 41 | $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 25x}{x - 5}$            | [50]                       | 53 | $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + x - 3}{x^2 - 2x - 3}$    | $\left[\frac{5}{2}\right]$ |
| 42 | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 4x - 12}$ | [0]                        | 54 | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x^2}$               | $\left[\frac{1}{2}\right]$ |
| 43 | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^7 - x^6}{x^5 - x^4}$        | [1]                        |    |   |                            |

55 Vero o falso?

a.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^x = 0$   V  F

b.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^x = -\infty$   V  F

c.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$   V  F

d.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{\frac{1}{2}} x = +\infty$   V  F

e.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x}$  non ha senso  V  F

f.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} x^{10} = 0^-$   V  F

g.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-10} = +\infty$   V  F

h.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{10} = +\infty$   V  F

i.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{10} = +\infty$   V  F

j.  $\lim_{x \rightarrow 1} \log x = 0$   V  F

[7 uguaglianze vere e 3 false]

56 Indica la risposta corretta.

a. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 2x + 1}$ ?  
 A 1  B 3  C  $+\infty$   D  $-\infty$

b. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 2x + 1}$ ?  
 A 1  B 3  C  $+\infty$   D  $-\infty$

c. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-3x^3 + 5x^2 - 1)$ ?  
 A 0  B 1  C  $+\infty$   D  $-\infty$

d. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{x + 6}$ ?  
 A 0  B 1  C  $+\infty$   D  $-\infty$

e. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{x + 6}$ ?  
 A 0  B 1  C  $+\infty$   D  $-\infty$

f. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 25}{x^2 + x - 30}$ ?  
 A 1  B 10  C  $\frac{10}{11}$   D  $\frac{11}{10}$

g. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 6^x$ ?  
 A 0  B 1  C  $+\infty$   D  $-\infty$

h. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow 0} 6^x$ ?  
 A 0  B 1  C  $+\infty$   D  $-\infty$

i. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 6^x$ ?  
 A 0  B 1  C  $+\infty$   D  $-\infty$

j. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 6}{x^2 + 1}$ ?  
 A 0  B 1  C  $+\infty$   D  $-\infty$

[Quattro risposte A, due B, due C e due D]

Calcola i seguenti limiti.

57  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 48x - 100)$   $[+\infty]$

58  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 5x - 1)$   $[-\infty]$

59  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 5x^2 - 1)$   $[+\infty]$

60  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 5x^3 - 1)$   $[-\infty]$

61  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1 - x}$   $[-\infty]$

62  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{2x^2 - 6x}$   $[0]$

63  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{3x^2}$   $\left[\frac{1}{3}\right]$

<b>64</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$	[0]	<b>70</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^5 + x^2}{x^3 + 1}$	$+\infty$
<b>65</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{5} \right)^x$	[0]	<b>71</b>	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x - 4}$	$\frac{2}{5}$
<b>66</b>	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{5} \right)^x$	$+\infty$	<b>72</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^2 - x - 1)$	$+\infty$
<b>67</b>	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 3}$	$\frac{1}{3}$	<b>73</b>	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + x - 12}$	$\frac{6}{7}$
<b>68</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 1}{x^2 + 6}$	[0]	<b>74</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - x^2}{2x^2 + x + 1}$	$-\frac{1}{2}$
<b>69</b>	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x - 6}{x^2 + 3x - 18}$	$\frac{2}{9}$	<b>75</b>	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + 1}{x^3 - 1}$	$-\infty$

**76** Vero o falso?

- a. Se  $f(0) = 0$  e  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$ , si può affermare che per  $x = 0$  la funzione  $f$  presenta un punto di discontinuità eliminabile.  V  F
- b. Sapendo che  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1$  e che  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$ , si può affermare che per  $x = 0$  la funzione  $f$  presenta un punto di salto.  V  F
- c. Una funzione che ha una discontinuità nel punto  $x = a$  può sempre essere ridefinita in  $x = a$ , in modo da renderla continua in  $x = a$ .  V  F
- d. Se una funzione ha una discontinuità nel punto  $x = 0$ , allora  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  è diverso da  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ .  V  F
- e. Se la retta di equazione  $x = a$  è un asintoto per la funzione  $f$ , allora il punto  $a$  è un punto di discontinuità di seconda specie per la funzione.  V  F

[2 affermazioni vere e 3 false]

**77** Indica la risposta corretta.

- a. A che cosa è uguale  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 4x^2 - 10x + 1)$ ?
- A  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3$      B  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -4x^2$      C  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -10x$      D  $-\infty$
- b. A che cosa è uguale  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 4x^4 + 10x^2 + 1)$ ?
- A  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3$      B  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -4x^4$      C  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 10x^2$      D  $+\infty$
- c. A che cosa è uguale  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - 10x^2 + 2x^4}{4x^2 + 3}$ ?
- A  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{4x^2}$      B  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{10x^2}{3}$      C  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{4x^2}$      D  $\frac{5}{2}$

d. Se  $P(x)$  è un polinomio di grado 4 e  $Q(x)$  è un polinomio di grado 5, quanto vale  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P(x)}{Q(x)}$ ?

- A 0       B  $+\infty$        C  $-\infty$        D non si sa

e. Se  $P(x)$  è un polinomio di grado 4 e  $Q(x)$  è un polinomio tale che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = +\infty$ , allora il grado di  $Q(x)$  è:

- A maggiore di 4       B uguale a 4       C minore di 4       D non si sa

[Due risposte A, una B, una C e una D]

**78** Vero o falso?

a.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 1} = 2$        V       F

b.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^3 + 1} = +\infty$        V       F

c.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10x^3}{x^5 + 1} = 0$        V       F

d. Il limite  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$ , che si presenta nella forma di indecisione  $0/0$ , si può risolvere scomponendo numeratore e denominatore e semplificando il fattore  $(x - 1)$ .       V       F

e. Il limite  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4}{x - 2}$  si presenta nella forma di indecisione  $0/0$ .       V       F

f. Se  $P(x)$  è un polinomio di grado 2 e  $Q(x)$  è un polinomio di grado 3, allora  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = 1$ .       V       F

g. Se  $P(x)$  è un polinomio di grado 2 e  $Q(x)$  è un polinomio di grado 3, allora  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ .       V       F

[4 affermazioni vere e 3 false]

**79** Indica la risposta corretta.

a. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4$ ?  
 A 0       B 1       C  $+\infty$        D  $-\infty$

b. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow -1} x^4$ ?  
 A 0       B 1       C  $+\infty$        D  $-\infty$

c. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4$ ?  
 A 0       B 1       C  $+\infty$        D  $-\infty$

d. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 2x + 1}$ ?  
 A 0       B 1       C  $+\infty$        D  $-\infty$

e. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{x^2 + 1}$ ?  
 A 0       B 1       C  $+\infty$        D  $-\infty$

f. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ ?  
 A 0       B 1       C  $+\infty$        D  $-\infty$

g. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ ?  
 A 0       B 1       C  $+\infty$        D  $-\infty$

[Due risposte A, due B, due C e una D]

Determina gli asintoti verticali e orizzontali delle seguenti funzioni.

- |    |                              |                         |     |                                       |                         |
|----|------------------------------|-------------------------|-----|---------------------------------------|-------------------------|
| 80 | $y = x^3$                    | [non ci sono asintoti]  | 96  | $y = \frac{2x}{x^2 - 1}$              | $[x = \pm 1, y = 0]$    |
| 81 | $y = \frac{1}{x}$            | $[x = 0, y = 0]$        | 97  | $y = \frac{x - 1}{x^2 + x + 1}$       | $[y = 0]$               |
| 82 | $y = \frac{1}{x^2 + 1}$      | $[y = 0]$               | 98  | $y = \frac{x^2 - 4}{(x + 1)^2}$       | $[x = -1, y = 1]$       |
| 83 | $y = \frac{x}{x^2 - 1}$      | $[x = \pm 1, y = 0]$    | 99  | $y = \frac{1 - x^2}{x^2 + 1}$         | $[y = -1]$              |
| 84 | $y = \frac{2}{2 - x}$        | $[x = 2, y = 0]$        | 100 | $y = \frac{12x - 3x^2}{x^2 - 2x + 1}$ | $[x = 1, y = -3]$       |
| 85 | $y = \frac{3x + 3}{x - 1}$   | $[x = 1, y = 3]$        | 101 | $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 1}$     | $[x = \pm 1, y = 1]$    |
| 86 | $y = \frac{3 - x}{x}$        | $[x = 0, y = -1]$       | 102 | $y = \frac{x^2 - 1}{x^2}$             | $[x = 0, y = 1]$        |
| 87 | $y = \frac{2 - 2x}{x - 2}$   | $[x = 2, y = -2]$       | 103 | $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - x}$         | $[x = 0, x = 1, y = 1]$ |
| 88 | $y = \frac{2 - x}{1 - x}$    | $[x = 1, y = 1]$        | 104 | $y = \frac{x^2}{(x - 1)^2}$           | $[x = 1, y = 1]$        |
| 89 | $y = \frac{4}{x^2 + 4}$      | $[y = 0]$               | 105 | $y = \frac{1}{x^3}$                   | $[x = 0, y = 0]$        |
| 90 | $y = \frac{4}{x^2 - 4}$      | $[x = \pm 2, y = 0]$    | 106 | $y = \frac{x}{x^3 - 1}$               | $[x = 1, y = 0]$        |
| 91 | $y = \frac{4}{x^2 - 4x + 4}$ | $[x = 2, y = 0]$        | 107 | $y = \frac{x^3}{x^3 - 1}$             | $[x = 1, y = 1]$        |
| 92 | $y = \frac{2}{x^2 - 3x}$     | $[x = 0, x = 3, y = 0]$ | 108 | $y = \frac{(x + 1)^3}{x^3}$           | $[x = 0, y = 1]$        |
| 93 | $y = \frac{x}{x^2 - 4}$      | $[x = \pm 2, y = 0]$    | 109 | $y = \frac{x^2 + 1}{x^2}$             | $[x = 0, y = 1]$        |
| 94 | $y = \frac{x + 1}{x^2}$      | $[x = 0, y = 0]$        | 110 | $y = \frac{x^2}{x^3 - 1}$             | $[x = 1, y = 0]$        |
| 95 | $y = \frac{4x}{x^2 + 1}$     | $[y = 0]$               |     |                                       |                         |

Determina gli asintoti verticali e obliqui delle seguenti funzioni.

- |     |                                    |                       |     |                                   |                      |
|-----|------------------------------------|-----------------------|-----|-----------------------------------|----------------------|
| 111 | $y = \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 1}$  | $[x = 1, y = x - 6]$  | 116 | $y = \frac{(x^2 - 1)^2}{x^3}$     | $[x = 0, y = x]$     |
| 112 | $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$    | $[x = 1, y = x + 2]$  | 117 | $y = \frac{x^3}{x^2 + x + 1}$     | $[y = x - 1]$        |
| 113 | $y = \frac{x^2 - 10x + 21}{x - 5}$ | $[x = 5, y = x - 5]$  | 118 | $y = \frac{x^3}{(x - 1)^2}$       | $[x = 1, y = x + 2]$ |
| 114 | $y = \frac{2x^2 - 8}{x - 1}$       | $[x = 1, y = 2x + 2]$ | 119 | $y = \frac{(x + 1)^3}{(x - 1)^2}$ | $[x = 1, y = x + 5]$ |
| 115 | $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 5}$   | $[x = 5, y = x]$      | 120 | $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$         | $[x = \pm 1, y = x]$ |